

«Crecimiento endógeno, polución y cooperación internacional»

Este trabajo cuantifica las ganancias derivadas de la cooperación internacional en materia ambiental, en un modelo de crecimiento endógeno mediante acumulación de capital humano, y analiza los efectos de la cooperación sobre las tasas de crecimiento. El estudio muestra que si la polución se genera mediante acumulación de capital físico los resultados derivados de la cooperación internacional son optimistas dado que la misma no afecta al motor del crecimiento y consigue reducir la polución global, de manera que inequívocamente el nivel de bienestar de los países mejora. Los resultados señalan, además, que cuanto más global es un problema ambiental o cuanto mayor es la preocupación de la sociedad por el mismo, mayores son las ganancias derivadas de la cooperación. Sin embargo, cuanto más contaminante sea la tecnología utilizada por los países, menores serán las ganancias.

Azterlan honek nazioarteko lankidetzatik ingurumenean erartortzen diren onurak kuantifikatzen ditu. Horretarako hazkunde endogenoko eredu bat, giza kapitalaren metaketan oinarritzen dena, erabili da. Halaber, lankidetzak hazkunde tasetan zer eragin dakarren aztertu da. Azterlanak honako hau erakutsi du: kutsadura kapital fisikoaren metaketaren bidez sortu bada nazioarteko lankidetzatik eratorritako emaitzak baikorrak dira, zeren berak ez baitu eraginik hazkundearen motorrean eta kutsadura orokorra murriztea lortzen baitu. Beraz, zalantzarik gabe, herrialdeen ongizateak hobera egiten du. Halaber, emaitzen arabera, zenbat eta handiagoa izan ingurumenaren arazoa edo gizarteak beraren gainean duen kezka gero eta handiagoak lankidetzatik erartortzen diren onurak. Hala eta guztiz ere, zenbat eta kutsakorragoak izan herrialdeek erabiltzen duten teknologia gero eta apalagoak izango dira onura horiek.

This study quantifies the gains derived from international co-operation in environmental matters in an endogenous growth model, through the accumulation of human capital. It also analyses the effects of co-operation on growth rates. The study shows that while pollution is generated through accumulation of physical capital, the results of international co-operation are positive, because such cooperation does not affect the motor of growth and reduces overall pollution levels, bringing about an undisputable improvement in the well-being of the countries in question. The study also shows that the more global the environmental problem –or the greater the social concern it arouses– the greater the gains derived from co-operation. Conversely, the more pollutant the technology used by the countries, the lower the gains.

ÍNDICE

1. Introducción
 2. El modelo
 3. La solución no cooperativa
 4. La solución cooperativa
 5. Efectos de la cooperación
 6. Conclusiones
- Referencias bibliográficas

Clasificación JEL: E1, F4, Q2

1. INTRODUCCIÓN

El medio ambiente cumple funciones económicas tan importantes como ser receptáculo de residuos, fuente generadora de recursos naturales susceptibles de ser utilizados en la producción o el consumo y soporte general para la vida. En este sentido, el medio ambiente es un activo de la economía que genera flujos de servicios a lo largo del tiempo y, por tanto, afecta a las posibilidades de producción de una economía. Por otra parte, no es extraño observar que el crecimiento económico vaya acompañado de un cierto grado de degradación ambiental, bien por la contaminación del agua, del suelo o de la atmósfera, bien por la desaparición de ciertos recursos naturales, tanto renovables como no renovables, y que el deterioro de la calidad ambiental, a su

vez, afecte negativamente a las posibilidades de producción de la economía y, consecuentemente, a su crecimiento.

Esta interacción mutua entre crecimiento económico y medio ambiente, explica la necesidad de analizar las condiciones bajo las cuales una economía puede situarse en una senda de crecimiento equilibrado y sostenible, es decir, una senda de crecimiento en la que las variables económicas crezcan a una tasa positiva constante, pero compatible con un nivel de calidad ambiental estable. Tal y como señala Smulders (1999, p.615), “esta senda de crecimiento es sostenible tanto en sentido ecológico (el ecosistema no se deteriora) como en sentido económico (la utilidad no disminuye en el tiempo)” y, por tanto, garantiza un desarrollo sostenible, ya que las generaciones

actuales pueden satisfacer sus necesidades sin comprometer la capacidad de las generaciones futuras para satisfacer las suyas¹.

Sin embargo, los diferentes modelos que la teoría económica ha utilizado para analizar y explicar el crecimiento económico, no siempre han tenido en cuenta esta interacción entre crecimiento y medio ambiente. La ausencia de variables ambientales en los modelos de crecimiento se ha debido, por un lado, al hecho de que la preocupación de los individuos y de la sociedad en general por los problemas ambientales es algo relativamente reciente en casi todos los países. Por otro lado, no hay que olvidar las peculiares características del medio ambiente, que dificultan tanto la existencia de un mercado para los servicios ambientales como el funcionamiento eficiente del mercado cuando éste existe².

Así, el modelo neoclásico estándar de crecimiento económico considera el capital y el trabajo como los únicos factores de producción, ignorando la existencia y el uso de recursos ambientales o naturales, y limitando la creación de conocimiento al progreso tecnológico exógeno. En este

modelo, el crecimiento a largo plazo viene determinado por factores exógenos, como el crecimiento de la población o el progreso tecnológico, que compensan los rendimientos decrecientes de la acumulación de capital. En cuanto a la teoría moderna del crecimiento o teoría del crecimiento endógeno, tampoco los primeros modelos que aparecen se preocupan de analizar la interacción entre crecimiento y medio ambiente, sino que su principal aportación consiste en considerar explícitamente el progreso tecnológico endógeno, la inversión pública, el capital humano u otras formas de creación de conocimiento, como determinantes del crecimiento económico (véase, por ejemplo, Romer (1986), Barro (1990) y Lucas (1988)). En estos modelos, las tasas de crecimiento en el estado estacionario no dependen de factores exógenos, sino que se determinan de forma endógena y dependen de las políticas gubernamentales, del impacto de variables económicas como el conocimiento o el gasto en I+D y de las preferencias.

Hasta la década de los 70 no aparecen los primeros modelos neoclásicos de crecimiento que incorporan los recursos naturales como factor de producción o que tienen en cuenta los efectos negativos del crecimiento sobre el medio ambiente a través de la polución (véase por ejemplo, Forster (1973), Gruver (1976), Becker (1982), Van der Ploeg y Withagen (1991) y Tahvonen y Kuuluvainen (1991)).

Por lo que respecta a la literatura sobre crecimiento endógeno, los primeros modelos de equilibrio general que incorporan variables ambientales, aparecen en la dé-

¹ Esta definición de desarrollo sostenible es una de las más utilizadas y fue propuesta por la Comisión Mundial sobre Medio Ambiente y Desarrollo en 1987 (Informe Brundtland).

² En el caso de la atmósfera o los océanos, los recursos ambientales proporcionan servicios a la economía (por ejemplo, como receptáculo de residuos) que son poseídos en régimen de propiedad común por todos y cada uno de los países del mundo; otros recursos ambientales como los bosques tropicales, ciertos hábitats ecológicos o especies individuales pertenecen a un solo país pero tienen un valor de existencia para el resto de países que, sin embargo, no se refleja en el mercado.

cada de los 90. Así, por ejemplo, Bovenberg y Smulders (1995), Hofkes (1996), Smulders y Gradus (1996) y Smulders (1999), entre otros, analizan las condiciones bajo las cuales el crecimiento sostenido y un determinado nivel de calidad ambiental son compatibles y óptimos, y estudian los efectos de las políticas ambientales sobre la tasa de crecimiento. Elbasha y Rhoe (1996) consideran una pequeña economía abierta con movilidad imperfecta de los factores de producción y cambio tecnológico endógeno, para analizar la interacción entre comercio, crecimiento económico y medio ambiente.

Todos estos trabajos que acabamos de mencionar analizan la interacción entre crecimiento económico y medio ambiente sin tener en cuenta, sin embargo, la dimensión internacional, y a veces global³, del medio ambiente. La importancia de considerar la dimensión internacional del medio ambiente es evidente si tenemos en cuenta que muchos de los problemas ambientales más graves en la actualidad tienen un carácter internacional o global, como es el caso de la lluvia ácida, la contaminación de ríos y mares, el cambio climático, la pérdida de biodiversidad o la destrucción de la capa de ozono. Precisamente porque afectan a varios países, muchos de estos problemas no pueden ser resueltos ni incluso abordados por cada país en solitario, y es necesaria la coope-

ración internacional. No obstante, y a pesar de las ganancias de bienestar que los países podrían obtener cooperando⁴, no es una tarea en absoluto fácil conseguir que las negociaciones para alcanzar un acuerdo ambiental a nivel internacional tengan éxito. Una de las razones por las que las negociaciones para resolver problemas ambientales de carácter internacional son siempre difíciles⁵ se debe a la posibilidad que tienen los países de aprovecharse de los beneficios de la política ambiental desarrollada por otros países, sin necesidad de incurrir en ningún coste.

Los primeros trabajos que analizan, en el marco teórico de los modelos de crecimiento endógeno, los efectos de la cooperación internacional en materia ambiental son los de Van der Ploeg y Ligthart (1994) y Hettich (2000). En concreto, Van der Ploeg y Ligthart (1994) consideran un modelo con efectos externos ambientales y efectos externos derivados del gasto público en infraestructura y del conocimiento, y obtienen que la cooperación internacional estimula el crecimiento pero empeora la calidad ambiental. Hettich (2000) analiza los efectos de la cooperación internacional sobre la tasa de crecimiento y el bienestar

³ Muchos de los servicios que proporciona el medio ambiente pertenecen a todos los individuos del mundo en régimen de propiedad común, y su uso o consumo por parte de un individuo o un país produce efectos externos sobre otros individuos y otros países.

⁴ Escapa y Gutiérrez (1995, 1997), Hammit y Adams (1996) y Tavhonen (1994), entre otros, han mostrado, bajo diferentes supuestos, que a nivel mundial se podrían obtener importantes ganancias de bienestar si los países cooperasen para resolver el problema del cambio climático.

⁵ El Protocolo de Kioto, firmado en 1997, constituye una buena muestra de lo difícil que es alcanzar acuerdos internacionales efectivos. Este protocolo es el único acuerdo internacional existente sobre el cambio climático, pero cinco años después de ser firmado aún no ha entrado en vigor, ya que no ha sido ratificado por un número suficiente de países.

considerando diferentes tipos de política ambiental, tanto en un modelo de crecimiento endógeno AK, como en el modelo de Uzawa-Lucas donde incluye efectos externos sobre el capital humano.

El principal objetivo de este trabajo es analizar y cuantificar los efectos a largo plazo que la cooperación internacional en materia ambiental tiene sobre la tasa de crecimiento económico y el bienestar de los países. Para ello, y siguiendo el enfoque del trabajo de Hettich (2000), vamos a considerar un modelo de crecimiento endógeno, vía acumulación de capital humano, donde la polución constituye un problema ambiental de carácter internacional, en tanto que el nivel de polución es determinado conjuntamente por la actividad económica de varios países. En concreto, suponemos que es la acumulación de capital físico la que genera el problema ambiental y que el gobierno de cada país dispone de la tecnología necesaria para adoptar una política ambiental que permita reducir su nivel de emisiones contaminantes, incurriendo para ello en un determinado gasto.

En este trabajo mostramos que, si la polución se genera mediante acumulación de capital físico, los resultados relacionados con la degradación ambiental son optimistas: la política ambiental considerada no afecta al motor del crecimiento y la cooperación internacional consigue reducir la polución global, de manera que, inequívocamente, aumenta el nivel de bienestar de los países. Además, las ganancias de bienestar derivadas de la cooperación dependen del grado de internacionalización

del problema ambiental, es decir, del grado en que las emisiones contaminantes de un país afectan al resto de países, siendo mayores cuanto más global es el problema ambiental. En concreto, se muestra para unos determinados valores paramétricos, que si el cociente entre gasto ambiental y producción es del 1.6%, la ganancia de bienestar derivada de la cooperación es equivalente a un incremento permanente del consumo del 4.67%, cuando el problema es de carácter global. Esta ganancia va disminuyendo a medida que se reduce el grado de internacionalización del problema, siendo nula cuando el problema ambiental es local.

El trabajo se estructura de la siguiente manera: la sección 2 presenta una versión en tiempo discreto del modelo de crecimiento endógeno, conocido como modelo de Uzawa-Lucas, para una economía abierta donde el nivel de polución es determinado conjuntamente por todos los países. En las secciones 3 y 4 se obtienen la solución no cooperativa y la cooperativa, respectivamente, y en la sección 5 se analizan y cuantifican los efectos de la cooperación. Finalmente, la sección 6 resume los principales resultados obtenidos.

2. EL MODELO

El modelo utilizado en este trabajo está basado en el modelo de crecimiento endógeno de Uzawa-Lucas para una economía abierta, propuesto por Hettich (2000). Vamos a considerar una versión del modelo en tiempo discreto y, dado el objetivo de este trabajo, lo simplificamos ignorando los efectos externos internacionales sobre

el capital humano. En concreto, suponemos que la interacción estratégica entre los países se debe únicamente a los efectos externos internacionales que afectan al medio ambiente, y que surgen porque la actividad productiva de cada país, en concreto la acumulación de capital físico, genera emisiones contaminantes que perjudican, no sólo a sus propios ciudadanos, sino también a los ciudadanos de otros países. Suponemos también que cada país dispone de los instrumentos necesarios para destinar parte de su producción a reducir las emisiones contaminantes, reduciendo con ello el daño medioambiental que debe soportar tanto él mismo como el resto de países.

Por simplicidad, consideraremos dos países idénticos, $i = 1, 2$, lo cual implica la ausencia de comercio internacional, así como de flujos de capital. La población de cada país, que se considera constante, está formada por individuos homogéneos que poseen una unidad de tiempo en cada periodo y una dotación inicial de capital físico y humano. Estos individuos deben decidir cuántos recursos destinar a cada una de las dos actividades productivas de la economía: la producción del bien de consumo y la producción de capital humano.

La función de producción agregada para cada país viene descrita por la siguiente expresión

$$Y_{it} = AK_{it}^{\alpha} (u_{it} H_{it})^{1-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

donde A es un parámetro tecnológico y K_{it} , H_{it} y u_{it} denotan el stock de capital físico, el stock de capital humano y la frac-

ción de tiempo destinada al trabajo en cada país, respectivamente. Como se puede observar, la producción del bien de consumo requiere tanto capital físico como trabajo cualificado, que viene determinado por $u_{it}H_{it}$.

La restricción de recursos para cada país viene descrita por

$$Y_{it} = C_{it} + I_{it} + Z_{it}, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

siendo C_{it} , I_{it} y Z_{it} el consumo, la inversión y el gasto ambiental destinado a reducir las emisiones contaminantes, respectivamente.

La evolución del capital físico viene determinada por la expresión

$$K_{it+1} = I_{it} + (1 - \delta_K) K_{it}, \quad i = 1, 2,$$

siendo δ_K la tasa de depreciación del capital físico.

El proceso de acumulación de capital humano viene definido por la ecuación

$$H_{it+1} = D(1 - v_{it}) H_{it} + (1 - \delta_H) H_{it}, \quad (3)$$

donde D , $1 - v_{it}$ y δ_H denotan, respectivamente, la productividad del sector, la fracción de tiempo destinada a la producción de capital humano y su tasa de depreciación. Esta ecuación establece que la creación de nuevo capital humano únicamente utiliza el input capital humano. En la literatura de crecimiento endógeno, el modelo resultante de esta especificación se conoce como *modelo de Uzawa-Lucas*⁶.

⁶ Podría considerarse, alternativamente, que el sector de producción de capital humano posee una tecnología que utiliza tanto capital físico como capital humano. Uzawa (1965) y Lucas (1988) consideran el caso extremo en el que la producción de capital humano emplea el capital humano como único factor.

Suponemos que el nivel de emisiones contaminantes generado por cada país depende positivamente del nivel de capital físico utilizado en la producción del bien consumo y negativamente del nivel de gasto ambiental. En concreto, el nivel de emisiones contaminantes del país i queda determinado por la ecuación

$$e_{it} = \left(\frac{K_{it}}{Z_{it}} \right)^\gamma, \quad \gamma > 0,$$

donde el parámetro γ mide la elasticidad de la polución con respecto al cociente $\frac{K_{it}}{Z_{it}}$.

Dado que ambos países contaminan el medio ambiente, la polución total en cada país, P_{it} será

$$P_{it} = e_{it} + (1 - \eta) e_{jt}, \quad 0 \leq \eta \leq 1, \\ \forall i, j = 1, 2, \quad i \neq j. \quad (4)$$

Esta expresión permite recoger diferentes tipos de problemas de contaminación transfronteriza dependiendo del valor de η que mide el grado en que las emisiones de un país afectan al otro. Cuando $\eta = 0$, estamos ante un problema de carácter global, ya que cada emisión contaminante afecta a los países por igual independientemente de donde se haya generado dicha emisión. El ejemplo paradigmático de este tipo de problemas es el cambio climático pero no es el único, también son problemas de carácter global la destrucción de la capa de ozono o la pérdida de biodiversidad. Cuando $\eta = 1$, estamos ante un problema de contaminación local como puede ser el ruido o la contaminación del suelo. Para cual-

quier otro valor intermedio, es decir $0 < \eta < 1$, estamos ante un problema de contaminación transfronteriza o de carácter internacional, donde las emisiones contaminantes generadas en un país también perjudican, en mayor o menor medida, al otro país. Dentro de esta última categoría se encuentran problemas de muy diversa índole, desde la lluvia ácida hasta la contaminación de ríos que cruzan las fronteras.

La función de utilidad instantánea en cada país viene definida por la siguiente ecuación⁷

$$U_i(C_{it}, P_{it}) = \ln C_{it} - \eta_p \ln P_{it}, \\ \eta_p > 0,$$

donde, el parámetro η_p mide la importancia que otorgan los individuos a la polución en su función de utilidad y puede recoger, tanto el daño que la polución causa a los individuos como su valoración por un medio ambiente limpio. Cuanto mayor sea el efecto negativo que la polución genera a los individuos o cuanto más valoren éstos la calidad ambiental, mayor será η_p . Finalmente, la función de bienestar social puede definirse como

$$B_i = \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t U_i(C_{it}, P_{it}), \\ 0 < \beta < 1, \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

siendo β es el factor de descuento.

En este contexto, el crecimiento económico sostenible requiere la existencia de

⁷ Esta función satisface ciertas condiciones que garantizan la obtención de una senda de crecimiento equilibrado sostenible. Véase King, Plosser y Rebelo (1988a) y Smulders y Gradus (1996) para un análisis más detallado.

una senda de crecimiento equilibrado en la que las variables económicas crezcan a una tasa positiva constante y en la que el medio ambiente permanezca estable (véase Smulders (1999)). Dada la manera en que hemos definido el problema ambiental en este modelo, obtendremos que el nivel de polución será constante a lo largo de la senda de crecimiento equilibrado y esto es consistente con la idea de desarrollo sostenible, si el medio ambiente se entiende como un recurso renovable y el nivel de polución no excede su capacidad de absorción.

3. LA SOLUCIÓN NO COOPERATIVA

En ausencia de cooperación, el gobierno de cada país elige las sendas de consumo, gasto ambiental y trabajo que maximizan el bienestar social del país (5), tomando como dada la restricción de recursos (2), la ley de movimiento del capital humano (3), sus dotaciones iniciales K_0 y H_0 , así como la decisión del otro país⁸. Es decir, el gobierno del país i (j) resolverá el siguiente problema

$$\begin{aligned} & \max_{C_{it}, Z_{it}, u_{it}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\ln C_{it} - \eta_P \ln P_{it}) \\ & \text{s.a. } Y_{it} [K_{it}, (u_{it} H_{it})] = \\ & C_{it} + K_{it+1} - (1 - \delta_K) K_{it} + Z_{it}, \\ & H_{it+1} = D(1 - u_{it}) H_{it} + (1 - \delta_H) H_{it}, \end{aligned}$$

⁸ La solución no cooperativa que estamos calculando se conoce en la literatura económica como solución de Nash open-loop. Esta es una de las soluciones no cooperativas más utilizadas, ya que es relativamente fácil de determinar y es consistente temporalmente.

$$\begin{aligned} P_{it} &= \left(\frac{K_{it}}{Z_{it}}\right)^\gamma + (1 - \eta) \left(\frac{K_{jt}}{Z_{jt}}\right)^\gamma, \\ & \forall i, j = 1, 2, \quad i \neq j, \\ C_{it}, K_{it}, H_{it} &\geq 0 \quad \forall t, \end{aligned}$$

tomando como dados K_{j0} , H_{j0} y C_{jt} , Z_{jt} y u_{jt} $\forall t \quad \forall i, j = 1, 2, \quad i \neq j$.

Dado que consideramos dos países simétricos, ambos elegirán el mismo nivel para cada una de sus variables de control, de manera que el nivel de emisiones contaminantes será el mismo, es decir,

$$e_{1t} = \left(\frac{K_{1t}}{Z_{1t}}\right)^\gamma = e_{2t} = \left(\frac{K_{2t}}{Z_{2t}}\right)^\gamma = e_t \quad \forall t, \quad (6)$$

por tanto, el nivel de polución total se puede expresar como

$$P_{1t} = P_{2t} = P_t = e_t(2 - \eta).$$

Las condiciones de primer orden, que son iguales para ambos países, vienen determinadas por las siguientes ecuaciones

$$\lambda_t = \frac{1}{C_t} = \frac{\eta_P}{P_t} \gamma e_t \frac{1}{Z_t}, \quad (7)$$

$$\lambda_t A(1 - \alpha) K_t^\alpha (u_t H_t)^{1-\alpha} = \mu_t D, \quad (8)$$

$$\lambda_t = \lambda_{t+1} \beta \left[\alpha \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}} - \frac{Z_{t+1}}{K_{t+1}} + 1 - \delta_K \right], \quad (9)$$

$$\mu_t = \mu_{t+1} [D + 1 - \delta_H], \quad (10)$$

$$\frac{K_{t+1}}{K_t} = \frac{Y_t}{K_t} - \frac{C_t}{K_t} - \frac{Z_t}{K_t} + 1 - \delta_K, \quad (11)$$

$$\frac{H_{t+1}}{H_t} = D(1 - u_t) + 1 - \delta_H. \quad (12)$$

La ecuación (7) muestra que el precio sombra del capital físico ha de ser igual a las utilidades marginales del consumo y del gasto ambiental. Obsérvese que cuanto mayor sea la preocupación de la sociedad por el medio ambiente (η_p), mayor será la utilidad marginal del gasto ambiental. La ecuación (8) establece que el rendimiento obtenido por cada fracción adicional de tiempo destinada al trabajo debe ser igual al rendimiento obtenido si se destina a la acumulación de capital humano. Las ecuaciones (9) y (10), determinan la acumulación óptima de capital físico y capital humano, respectivamente, mientras que la ecuación (11) es la restricción de recursos de la economía y la ecuación (12) muestra la ley de movimiento del capital humano.

Estamos interesados en analizar los efectos de la cooperación en el largo plazo por lo que vamos a considerar que la economía está situada en una senda de crecimiento equilibrado sostenible. Dada la simetría entre los países, dicha senda será la misma para ambos y, a lo largo de ella, el consumo, el capital físico, el capital humano y la producción crecerán a una tasa común constante, mientras que la fracción de tiempo destinada al trabajo y a la acumulación de capital humano, así como la polución, permanecerán constantes. Operando con las condiciones de primer orden, y una vez eliminados los precios sombra, obtenemos que a largo plazo el gasto ambiental, la producción y el consumo, medidos con respecto al nivel de capital, vienen determinados por las siguientes expresiones⁹:

$$\left(\frac{Z}{K}\right)^{nc} = \frac{(1+v^{nc})(1-\beta\alpha)-(1-\delta_K)\beta(1-\alpha)}{\beta[\alpha(2-\eta)-\gamma\eta_p(1-\alpha)]} \gamma\eta_p, \quad (13)$$

$$\left(\frac{Y}{K}\right)^{nc} = v^{nc} + \frac{2-\eta+\gamma\eta_p}{\gamma\eta_p} \left(\frac{Z}{K}\right)^{nc} + \delta_K, \quad (14)$$

$$\left(\frac{C}{K}\right)^{nc} = \frac{2-\eta}{\gamma\eta_p} \left(\frac{Z}{K}\right)^{nc}, \quad (15)$$

siendo $v^{nc} = \beta(D + 1 - \delta_H) - 1$, la tasa de crecimiento.

Como se puede observar en las ecuaciones anteriores, los cocientes

$$\left(\frac{Z}{K}\right)^{nc} \text{ y } \left(\frac{C}{K}\right)^{nc},$$

dependen positivamente del grado de preocupación de la sociedad por el medio ambiente (η_p) y, por tanto, un incremento de η_p producirá una disminución de la polución total, junto con un aumento del cociente consumo/capital físico.

Sabemos que la asignación de recursos resultante de esta solución no cooperativa no es eficiente en el sentido de Pareto, porque cada país al elegir su nivel de gasto ambiental no tiene en cuenta el efecto externo negativo que sus emisiones contaminantes tienen sobre el otro país. Por ello, calculamos a continuación una solución cooperativa que sí es eficiente.

4. LA SOLUCIÓN COOPERATIVA

Para analizar la cooperación en este modelo de crecimiento endógeno, suponemos que existe un planificador con autoridad supranacional que elige conjuntamente las sendas de consumo, gasto ambiental y tra-

⁹ Se utiliza el superíndice nc para denotar la solución no cooperativa.

bajo, con el objeto de maximizar la suma del bienestar de ambos países, teniendo en cuenta sus respectivas restricciones de recursos, sus dotaciones iniciales y la ley de movimiento del capital humano. En concreto, el problema de maximización que debe resolver el planificador será

$$\begin{aligned} \max_{C_{it}, Z_{it}, u_{it}} \quad & \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^2 \beta^j (\ln C_{it} - \eta_P \ln P_{it}), \\ \text{s.a.} \quad & Y_{it} [K_{it}, (u_{it} H_{it})] = \\ & C_{it} + K_{it+1} - (1 - \delta_K) K_{it} + Z_{it}, \\ & H_{it+1} = D(1 - u_{it}) H_{it} + (1 - \delta_H) H_{it}, \\ & P_{it} = \left(\frac{K_{it}}{Z_{it}}\right)^\gamma + (1 - \eta) \left(\frac{K_{jt}}{Z_{jt}}\right)^\gamma, \\ & \forall i, j = 1, 2, \quad i \neq j, \\ & C_{it}, K_{it}, H_{it} \geq 0 \quad \forall t, \end{aligned}$$

tomando como dados $K_{i0}, H_{i0} \quad \forall i=1, 2$.

Las condiciones de primer orden de este problema, una vez incorporadas las condiciones de simetría determinadas por (6), son exactamente las mismas que las obtenidas en ausencia de cooperación, excepto la ecuación (7) que ahora viene determinada por la expresión:

$$\lambda_t = \frac{1}{C_t} = \frac{\eta_P}{P_t} \gamma e_t \frac{1}{Z_t} (2 - \eta), \quad (16)$$

Esta ecuación establece que cuando los países cooperan, la utilidad marginal del gasto ambiental es $(2 - \eta)$ veces mayor que en ausencia de cooperación, de manera que la diferencia entre la solución cooperativa y la no cooperativa dependerá del valor de η . En concreto, la diferencia entre ambas soluciones será mayor,

cuanto menor sea η , es decir, cuanto mayor sea el grado en que las emisiones de un país afectan al otro. Este resultado se debe a que el planificador tiene en cuenta el efecto negativo que las emisiones contaminantes de un país tienen no sólo sobre el propio país, sino también sobre la utilidad del otro país, y dicho efecto negativo depende del valor de η .

Al igual que en ausencia de cooperación, vamos a considerar que la economía está situada en una senda de crecimiento equilibrado sostenible, de manera que el consumo, el capital físico, el capital humano y la producción crecerán a una tasa común constante, mientras que la fracción de tiempo destinada al trabajo y a la acumulación de capital humano, así como la polución permanecerán constantes. Operando con las condiciones de primer orden, y una vez eliminados los precios sombra, obtenemos que a largo plazo el gasto ambiental, la producción y el consumo, medidos con respecto al nivel de capital, vienen determinados por las siguientes expresiones¹⁰:

$$\left(\frac{Z}{K}\right)^c = \frac{(1 + v^c)(1 - \beta\alpha) - (1 - \delta_K)\beta(1 - \alpha)}{\beta[\alpha - \gamma\eta_P(1 - \alpha)]} \gamma\eta_P, \quad (17)$$

$$\left(\frac{Y}{K}\right)^c = v^c + \frac{1 + \gamma\eta_P}{\gamma\eta_P} \left(\frac{Z}{K}\right)^c + \delta_K, \quad (18)$$

$$\left(\frac{C}{K}\right)^c = \frac{1}{\gamma\eta_P} \left(\frac{Z}{K}\right)^c, \quad (19)$$

¹⁰ Se utiliza el superíndice c para denotar la solución cooperativa.

donde $v^c = \beta(D + 1 - \delta_H) - 1$, es la tasa de crecimiento.

Se puede comprobar que si el problema de contaminación es local ($\eta = 1$), la solución cooperativa y la no cooperativa coinciden. Por otra parte, independientemente del carácter local o global del problema ambiental, a lo largo de la senda de crecimiento equilibrado sostenible la tasa de crecimiento de todas las variables es igual a la tasa obtenida en ausencia de cooperación ($v^{nc} = v^c$) y la fracción de tiempo destinada al trabajo también es la misma. Sin embargo, el nivel de polución de ambas soluciones difiere dado que el cociente gasto ambiental/capital físico en ausencia de cooperación depende del grado en que las emisiones de un país afectan al otro, mientras que este cociente en el caso cooperativo es independiente del carácter local o global del problema ambiental. Al igual que en el caso no cooperativo, también se obtiene ahora que cuanto mayor sea la preocupación de los individuos por los problemas ambientales (mayor η_p), menor será la polución total y mayor el cociente entre consumo y capital físico.

Por tanto, en este modelo, la cooperación entre países para resolver un problema ambiental de carácter internacional no afecta a la tasa de crecimiento de la economía. Sin embargo, como se muestra en el siguiente apartado, la cooperación sí afecta al nivel de bienestar de cada país, ya que cambian los niveles de consumo, el gasto ambiental en relación al stock de capital físico y la polución total.

5. EFECTOS DE LA COOPERACIÓN

Estamos interesados en analizar los efectos a largo plazo de la cooperación internacional sobre los niveles de polución y consumo así como sobre el bienestar. Para ello, teniendo en cuenta la función de bienestar social definida por la ecuación (5) y, dada la simetría del modelo, computamos el nivel de bienestar a largo plazo utilizando la siguiente expresión

$$B = \frac{1}{1-\beta} \ln\left(\frac{C}{K}\right) + \frac{1}{1-\beta} \ln K_0 + \frac{\beta}{(1-\beta)^2} \ln(1+v) - \frac{\eta_p}{1-\beta} \ln P, \quad (21)$$

donde K_0 es el stock de capital inicial. Obsérvese que el bienestar es creciente con el cociente $\frac{C}{K}$

y con la tasa de crecimiento v , pero decreciente con el nivel de polución P . Sustituyendo los valores obtenidos para estas variables en la solución cooperativa y en la no cooperativa, podemos comparar el nivel de bienestar de ambas soluciones. El siguiente cuadro resume los resultados obtenidos:

Como se puede observar, la polución total es menor y el bienestar social mayor cuando los países cooperan, mientras que la tasa de crecimiento es la misma en ambos escenarios. Estos resultados se deben al hecho de que los países cuando cooperan tienen en cuenta el carácter internacional del efecto externo de la polución, lo cual aumenta la utilidad marginal del gasto ambiental, y esto se traduce en una reducción de la polución total y un in-

Cuadro n^o1: **Efectos de la cooperación**

Polución	$P^c < P^{nc}$
Crecimiento	$\gamma^c = \gamma^{nc}$
Cociente $\frac{C}{K}$	$\left(\frac{C}{K}\right)^c, \left(\frac{C}{K}\right)^{nc}$
Bienestar	$B^c > B^{nc}$

crecimiento del cociente consumo/capital físico, en relación al caso no cooperativo. Sin embargo, la tasa de crecimiento depende únicamente de la decisión que afecta a la creación de nuevo capital humano en cada país y ésta es la misma con independencia de que exista o no cooperación internacional¹¹.

Si definimos las ganancias derivadas de la cooperación como el aumento en el nivel de bienestar debido a la cooperación, $(B^c - B^{nc})$, se puede comprobar que éstas serán mayores cuanto mayor sea el grado en que las emisiones de un país afectan al otro (menor η), cuanto mayor sea la preocupación de la sociedad por el problema ambiental (mayor η_p) y cuanto menor sea la participación del capital físico en el proceso de producción de bienes de consumo (menor α)¹².

Dado que cuanto mayores son las ganancias derivadas de la cooperación mayor será el interés de los países por cooperar vamos a cuantificar las ganancias derivadas de la cooperación en el largo plazo. Para calibrar el modelo, es preciso utilizar la evidencia empírica existente y tener en cuenta que los valores obtenidos con nuestro modelo en el estado estacionario, deben coincidir con los promedios observados. En el siguiente cuadro se presentan los valores de los parámetros correspondientes a una tasa media de crecimiento anual del 2%¹³.

¹¹ En Hettich (2000) se consideran conjuntamente efectos externos ambientales y efectos externos derivados de la acumulación de capital humano, de manera que la cooperación internacional para corregir ambas externalidades sí afecta a las tasas de crecimiento. En concreto, obtiene que la cooperación implica mayores tasas de crecimiento.

¹² En el apéndice se prueban estos resultados.

¹³ Una explicación detallada sobre la procedencia de estos valores puede encontrarse en Hettich (2000), donde se muestra la calibración de un modelo similar al que aquí consideramos, pero para una economía cerrada. Dado que la solución del planificador central en una economía cerrada coincide con la solución cooperativa en una economía abierta, podemos basarnos en su calibración para obtener los valores de los parámetros estructurales de nuestro modelo. Los resultados en términos cuantitativos han de ser evaluados con cautela, dado que analizamos la solución del planificador, mientras que los parámetros se eligen de forma que el modelo reproduzca el comportamiento de la economía en el largo plazo.

Cuadro nº2: Calibración del modelo

$\beta = 0.98032$	factor de descuento
$\alpha = 0.25$	participación del capital físico en la producción
$A = 1$	parámetro tecnológico del sector de producción de bienes
$\Delta = 0.0904$	parámetro tecnológico del sector de producción de capital humano
$\delta_K = 0.05$	tasa de depreciación del capital físico
$\delta_H = 0.05$	tasa de depreciación del capital humano
$\eta_{II} = 0.0249$	peso de la polución en la función de utilidad
$\gamma = 0.8$	elasticidad de la polución con respecto al cociente (K/Z)

Siguiendo la sugerencia hecha por King y Rebelo (1990), para cuantificar la ganancia derivada de la cooperación vamos a calcular cuál es el incremento porcentual (constante) del consumo en cada periodo necesario para que el nivel de bienestar, cuando los países no cooperan, sea igual al bienestar alcanzado cuando sí lo hacen. Es decir, vamos a calcular el valor del parámetro ϕ que satisface la siguiente condición

$$B\left[\{C_t^{nc}(1+\phi), P_t^{nc}\}_0^\infty\right] = B\left[\{C_t^c, P_t^c\}_0^\infty\right],$$

donde

$$\{C_t^{nc}(1+\phi), P_t^{nc}\}_0^\infty$$

es la senda temporal de consumo y polución en ausencia de cooperación, mientras que

$$\{C_t^c, P_t^c\}_0^\infty$$

es la senda de consumo y polución cuando los países cooperan. Los resultados obtenidos se muestran en el siguiente cuadro.

Como se puede observar, la cooperación consigue que disminuya la polución total y que aumente el cociente $\frac{C}{K}$, siendo la variación mayor, cuanto menor es el valor de η , es decir, cuanto mayor es el efecto que las emisiones de un país tienen sobre el otro país. Obviamente, esto hace que las ganancias derivadas de la cooperación sean también mayores, cuanto menor es η . En concreto, obtenemos que la ganancia derivada de la cooperación es equivalente a un incremento permanente del consumo del 4.67%, cuando el problema de contaminación es de carácter global ($\eta = 0$). Esta ganancia disminuye hasta el 2.98% cuando $\eta = 0.5$, siendo nula cuando el problema de contaminación es local ($\eta = 1$).

Para comprobar la robustez de estos resultados numéricos, realizamos un análisis de sensibilidad consistente en la variación de los valores de algunos de los parámetros estructurales del modelo. En concreto, hemos analizado el efecto de cambios en la elasticidad de la polución

Cuadro nº3: **Ganancias de cooperación para diferentes valores de η**

	$\eta = 0$	$\eta = 0.5$	$\eta = 1$
$(\frac{C}{K})^c, (\frac{C}{K})^{nc}$	0.3101, 0.3005	0.3101, 0.3037	0.3101, 0.3101
P^c, P^{nc}	117.04, 208.95	87.78, 123.47	58.52, 58.52
ϕ (%)	4.67	2.98	0

con respecto al cociente entre capital físico y gasto ambiental (γ), en la ponderación de la polución en la función de utilidad (η_p) y en la participación del capital físico en la producción (α). En primer lugar, hemos considerado valores alternativos para γ y η_p , pero eligiendo combinaciones de los valores de ambos parámetros de forma que en el largo plazo el cociente entre el gasto ambiental y la producción sea del 1.6%, ya que esto garantiza que la economía se mantiene en la misma senda de crecimiento equilibrado sostenible. Los resultados de este análisis de sensibilidad muestran que, en este caso, las variaciones de γ y η_p , no afectan a las ganancias derivadas de la cooperación.

En segundo lugar, hemos analizado el efecto de un aumento de η_p , pero manteniendo constante γ . En este caso, la economía se sitúa en una nueva senda de crecimiento equilibrado sostenible en la que el cociente entre gasto ambiental y producción es mayor. El Cuadro nº4 muestra qué ocurre con las principales variables a largo plazo, cuando η_p se duplica.

Una mayor preocupación por el medio ambiente (o un mayor impacto negativo de la polución sobre la utilidad de los individuos) provoca un incremento de la utilidad marginal del gasto ambiental, tanto si los países cooperan como si no lo hacen. El incremento de la utilidad

Cuadro nº4: **Ganancias de cooperación para diferentes valores de η_p**

	$\eta = 0$		$\eta = 0.5$	
	$\eta_p = 0.0249$	$\eta_p = 0.0498$	$\eta_p = 0.0249$	$\eta_p = 0.0498$
$(\frac{C}{K})^c, (\frac{C}{K})^{nc}$	0.3101, 0.3005	0.3311, 0.3101	0.3101, 0.3037	0.3311, 0.3168
P^c, P^{nc}	117.04, 208.95	63.78, 117.04	87.78, 123.47	47.83, 68.55
ϕ (%)	4.67	10.06	2.98	6.41

marginal de esta actividad produce un aumento del cociente entre el gasto ambiental y la producción, lo cual se traduce en una reducción de la polución total en ambos escenarios, junto con un mayor valor del cociente entre consumo y capital físico. En consecuencia, las ganancias de la cooperación aumentan a medida que aumenta el valor del parámetro η_p y, en concreto, al duplicarse η_p , las ganancias también se duplican permanentemente. De nuevo, se puede observar que para un mismo valor de η_p las ganancias son mayores cuanto más global es el problema ambiental.

Por último, hemos analizado el efecto de un incremento de la participación de las rentas del capital físico en la renta total (aumento de α). Obsérvese que un incremento de α puede interpretarse como el uso de una tecnología más contaminante, dado que en este modelo es el capital físico el factor de producción contaminante. El aumento de α genera una nueva senda de crecimiento equilibrado sostenible, en la que el cociente

entre gasto ambiental y producción es menor. En el Cuadro nº5 se recogen los efectos a largo plazo debidos a un incremento de α .

Se puede comprobar que un aumento de la participación del capital físico en el proceso de producción de bienes provoca una disminución del cociente entre consumo y capital y un aumento de la polución total, tanto si los países cooperan, como si no lo hacen. El incremento de α produce un incremento del rendimiento asociado a la acumulación de capital físico y esto hace que aumente la proporción de la producción destinada a inversión, en detrimento de la proporción de la producción destinada tanto a consumo como a gasto ambiental. El aumento de la polución, debido al menor gasto ambiental, junto con la disminución del cociente entre consumo y capital físico, se traducen en una pérdida de bienestar en ambos escenarios. La cooperación internacional mejora el nivel de bienestar, pero las ganancias derivadas de la cooperación disminuyen con el incremento de α .

Cuadro nº5: **Ganancias de cooperación para diferentes valores de α**

	$\eta = 0$		$\eta = 0.5$	
	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 0.3$	$\alpha = 0.25$	$\alpha = 0.3$
$(\frac{C}{K})^c, (\frac{C}{K})^{nc}$	0.3101, 0.3005	0.2426, 0.2368	0.3101, 0.3037	0.2426, 0.2387
P^c, P^{nc}	117.04, 208.95	142.45, 252.84	87.78, 123.47	106.83, 149.69
ϕ (%)	4.67	3.91	2.98	2.48

6. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos utilizado el modelo de crecimiento endógeno de Uzawa-Lucas para analizar las ganancias de bienestar derivadas de la cooperación entre países. La necesidad de la cooperación surge por la existencia de un problema ambiental, cuyo carácter global o internacional hace que la solución no cooperativa no sea eficiente. En concreto, suponemos que la actividad económica de cada país genera un determinado nivel de emisiones contaminantes que implican una degradación del medio ambiente, lo cual afecta negativamente no sólo a los ciudadanos de dicho país, sino también, en mayor o menor medida, a los individuos del otro país. Por otra parte, suponemos que cada país dispone de la tecnología necesaria para poder adoptar una política ambiental que consiga reducir parte de sus emisiones contaminantes, incurriendo para ello en un determinado gasto.

Los resultados obtenidos en este contexto, en relación a la adopción de políticas ambientales para tratar de frenar la degradación ambiental, son optimistas: la política ambiental considerada no afecta al motor del crecimiento y la cooperación entre países consigue reducir la polución global y aumentar el nivel de bienestar de los países. Además, se muestra que las ganancias de bienestar derivadas de la cooperación son mayores cuanto mayor es el grado de internacionalización del problema ambiental. En concreto, en el trabajo se obtiene para unos valores paramétricos dados, que si el cociente entre gasto ambiental y producción es del

1.6%, la ganancia de bienestar derivada de la cooperación es equivalente a un incremento permanente del consumo de un 4.67%, cuando el problema ambiental es de carácter global. Esta ganancia disminuye a medida que el problema ambiental tiene un carácter más local, siendo nula cuando el problema es puramente local.

Dado que en este trabajo el problema ambiental está relacionado con la acumulación de capital físico, también hemos analizado el efecto de un incremento de la participación de las rentas de capital físico en la renta total (aumento de α). Los resultados obtenidos muestran que un aumento de α , genera una nueva senda de crecimiento equilibrado sostenible en las que la relación entre gasto ambiental y producción disminuye, provocando con ello una disminución de las ganancias derivadas de la cooperación internacional. Asimismo, una mayor preocupación de los individuos por el problema ambiental genera también una nueva senda de crecimiento equilibrado sostenible, pero en este caso el cociente entre gasto ambiental y producción es mayor, de manera que aumentan las ganancias derivadas de la cooperación entre países.

Estos resultados indican que cuanto más global es un problema ambiental o cuanto mayor es la preocupación de la sociedad respecto a dicho problema, más interesados deberían estar los países en cooperar para llegar a acuerdos internacionales que permitan resolver el problema ambiental. Sin embargo, cuanto más contaminante es la tecnología utilizada por los países (mayor α) y, por tanto,

mayor el nivel de polución, menos interés tendrán en cooperar, ya que en este caso las ganancias derivadas de la cooperación son menores.

Lógicamente, los resultados obtenidos han de ser evaluados con cierta cautela dadas las simplificaciones introducidas en el modelo. Principalmente, hay que recordar que estamos considerando únicamente dos países y ambos son idénticos, cuando en el mundo real muchas de las dificultades a la hora de alcanzar acuerdos ambientales internacionales se deben, precisamente, a que éstos deben ser negociados por muchos y muy diferentes países. De hecho, las negociaciones entre países para alcanzar acuerdos ambientales suelen fracasar no por la ausencia de ganancias de bienestar deriva-

das de la cooperación, sino por la ausencia de acuerdo sobre cómo repartir dichas ganancias entre los diferentes países involucrados.

Es importante señalar también que los supuestos del modelo considerado hacen que la cooperación entre los países no afecte a sus tasas de crecimiento. No obstante si consideramos un modelo más general, por ejemplo con efectos externos derivados de la acumulación de capital humano, la cooperación internacional podría aumentar la tasa de crecimiento de la economía, con lo cual aumentarían las ganancias derivadas de la cooperación. Por tanto, una generalización del modelo en esta dirección, reforzaría los resultados anteriormente mencionados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARRO, R. J. (1990): Government spending in a simple model of endogenous growth, *Journal of Political Economy* 98, s103-s125.
- BECKER, R. A. (1982): Intergenerational Equity: The Capital-Environment Trade-Off, *Journal of Environmental Economics and Management* 9, 165-185.
- BOVENBERG, A. L. y S. A. SMULDERS (1995): Environmental quality and pollution-augmenting technical change in a two-sector endogenous growth model, *Journal of Public Economics* 57, 369-91.
- ELBASHA, E. H. y T. L. ROE (1996): On endogenous Growth: The Implications of Environmental Externalities, *Journal of Environmental Economics and Management* 31, 240-268.
- ESCAPA M. y M.J. GUTIÉRREZ (1995): How Important is Cooperative Behavior in Controlling Stock Pollutants: A Simulation Approach for the Greenhouse Effect. *Revista Española de Economía* 12(2), 101-147.
- ESCAPA M. y M.J. GUTIÉRREZ (1997): Distribution of Potential Gains from International Environmental Agreements: The Case of the Greenhouse Effect. *Journal of Environmental Economics and Management* 33, 1-16.
- FORSTER, B. A. (1973): Optimal capital accumulation in a polluted environment, *Southern Economic Journal* 39, 544-547.
- GRUVER, G. (1976): Optimal investment and pollution control in a neoclassical growth context, *Journal of Environmental Economics and Management* 5, 165-177.
- HAMMITT J. K. y J.L. ADAMS (1996): The Value of International Cooperation for Abating Global Climate Change. *Resource and Energy Economics* 18(3), 219-241.
- HETTICH F. (2000): *Economic Growth and Environmental Policy: A theoretical Approach*, Edward Elgar, UK.
- HOFKES, M. W. (1996): Modelling sustainable development: an economy-ecology integrated model, *Economic Modelling* 13, 333-353.
- KING R., C. PLOSSER y S. REBELO (1988): Production, Growth and Business Cycles: I. The Basic Neoclassical Model, *Journal of Monetary Economics* 21, 195-232.

- KING, R.G. y S. REBELO (1990): Public policy and economic growth: Developing neoclassical implications, *Journal of Political Economy* 98, S16-S150.
- LUCAS, R. E., Jr. (1988): On the mechanics of economic development, *Journal of Monetary Economics* 22, 3-42.
- ROMER, P. M. (1986): Increasing returns and long-run growth, *Journal of Political Economy* 94, 1002-1037.
- SMULDERS, S. A. y R. GRADUS (1996): Pollution abatement and long-term growth, *European Journal of Political Economy* 12, 505-532.
- SMULDERS S. A. (1999): *Handbook of Environmental and Resource Economics*, ed. JCJM Van den Bergh, Edward Elgar Publishing Lmted.
- TAHVONEN, O. y J.I KUULUVAINEN (1991): Optimal growth with renewable resorces and pollution, *European Economic Review* 35, 650-661.
- TAHVONEN O. (1994): Carbon Dioxide Abatement as a Differential Game. *European Journal of Political Economy* 10, 685-705.
- UZAWA, H. (1965): Optimal Technical Change in an Aggregate Model of Economic Growth, *International Economic Review* 6, 18-31.
- VAN DER PLOEG, F. y C. WITHAGEN (1991): Pollution control and the Ramsey problem, *Environmental and Resource Economics* 1, 215-30.
- VAN DER PLOEG, F. y J. E. LIGTHART (1994): Sustainable growth and renewable resources in the global economy, in Carlo Carraro, ed., Trade, Innovation, Environment, Vol. 2 of Fondazione Eni Enrico Matei (FEEM) Series on Economics, Energy and Environment, Kluwer Academic, Dordrecht, Netherlands, chapter 2.5, pp. 259-80.

APÉNDICE

Las ganancias derivadas de la cooperación internacional en materia ambiental quedan determinadas por la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
 B^c - B^{nc} &= \frac{1}{1-\beta} \left\{ \left[\ln \left(\frac{C}{K} \right)^c - \ln \left(\frac{C}{K} \right)^{nc} \right] \right. \\
 &\quad \left. - \eta_p [\ln P^c - \ln P^{nc}] \right\} \\
 &= \frac{1}{1-\beta} \left[\ln \frac{1}{2-\eta} + (1+\eta_p) \right. \\
 &\quad \left. \ln \left[\frac{\alpha(2-\eta) - \gamma\eta_p(1-\alpha)}{\alpha - \gamma\eta_p(1-\alpha)} \right] \right]
 \end{aligned}$$

Si definimos $A = \alpha - \gamma\eta_p(1-\alpha)$ y $B = \alpha(2-\eta) - \gamma\eta_p(1-\alpha)$, una condición necesaria y suficiente para que los

cocientes $\left(\frac{C}{K}\right)^c$, $\left(\frac{C}{K}\right)^{nc}$ sean positivos, es que $A > 0$ y $B > 0$.

Derivando $(B^c - B^{nc})$ con respecto a los η , η_p y α , obtenemos,

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial(B^c - B^{nc})}{\partial\eta} \\
 &= \frac{1}{1-\beta} \left[-\frac{1}{2-\eta} - (1+\eta_p) \frac{\alpha}{B} \right] < 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial(B^c - B^{nc})}{\partial\eta_p} &= \frac{1}{1-\beta} \left[\ln \frac{B}{A} + \right. \\
 &\quad \left. (1+\eta_p) \frac{\gamma(1-\alpha)\alpha(1-\eta)}{AB} \right] > 0,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial(B^c - B^{nc})}{\partial\alpha} \\
 &= \frac{1+\eta_p}{1-\beta} \frac{\gamma\eta_p(\eta-1)}{AB} < 0.
 \end{aligned}$$